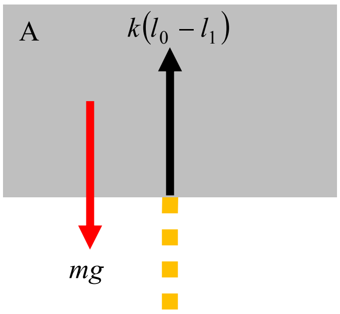
〔1〕

I

問 1

物体 A にはたらく力のつり合いより， $k(l_0 - l_1) = mg$

$\therefore l_1 = l_0 - \dfrac{mg}{k}$ ・・・(答)



問 2

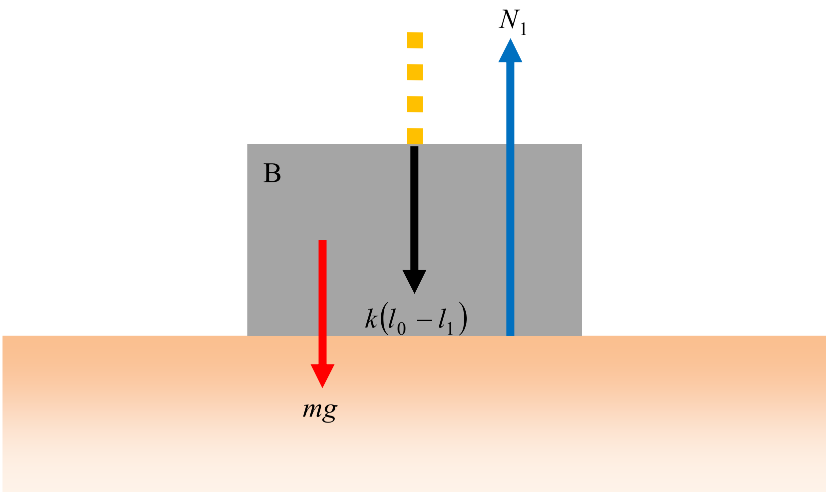
$\dfrac{1}{2}k(l_0 - l_1)^2 = \dfrac{1}{2}k\left(\dfrac{mg}{k}\right)^2 = \dfrac{(mg)^2}{2k}$ ・・・(答)

問 3

垂直抗力の大きさを N_1 とすると，

鉛直方向のつり合いより， $N_1 = k(l_0 - l_1) + mg$

$\therefore N_1 = mg + mg = 2mg$ ・・・(答)



Ⅱ

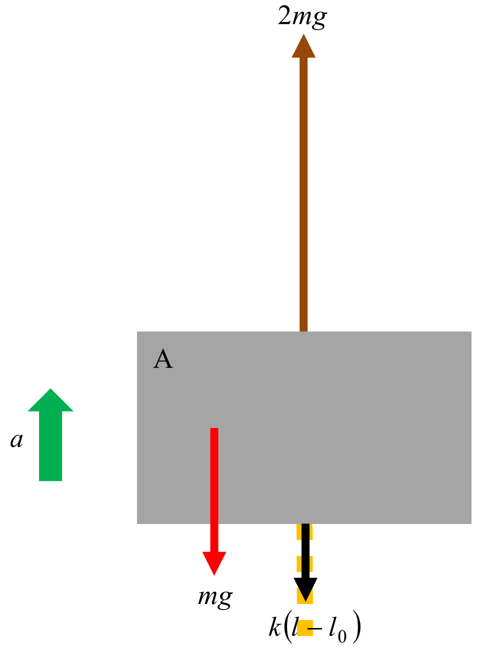
問 4

物体 A にはたらく鉛直上方向の外力$=2mg-\{mg+k(l-l_0)\}$

$$=mg-k(l-l_0)$$

より，

$ma=mg-k(l-l_0)$　・・・(答)

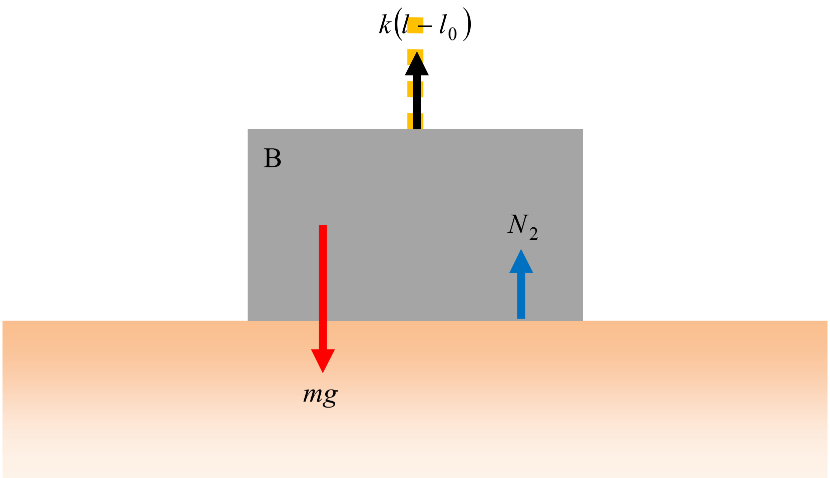


問 5

ばねののびによる弾性力の大きさが$k(l-l_0)$だから，垂直抗力をN_2とすると，

鉛直方向のつり合いの式は下図より，$N_2+k(l-l_0)=mg$ となる。

$\therefore N_2=mg-k(l-l_0)$　・・・(答)



Ⅲ

問 6

B が動きだす瞬間の垂直抗力は 0 だから，

問 5 の解をいじることにより， $0 = mg - k(l_2 - l_0)$

$$\therefore l_2 = l_0 + \frac{mg}{k} \quad ・・・(答)$$

問 7

外力の大きさ$=2mg$

物体の移動距離$= l_2 - l_1 = l_0 + \dfrac{mg}{k} - \left(l_0 - \dfrac{mg}{k}\right) = \dfrac{2mg}{k}$

外力の向きと物体の変位の向きのなす角$=0°$

より，

$$W = 2mg \cdot \frac{2mg}{k} \cdot \cos 0° = \frac{4(mg)^2}{k} \quad ・・・(答)$$

問 8

$$\Delta V_{\mathrm{A}} = mg\Delta l = mg(l_2 - l_1) = mg \cdot \frac{2mg}{k} = \frac{2(mg)^2}{k} \quad ・・・(答)$$

問 9

$$\Delta V = \frac{1}{2}k(l_2 - l_0)^2 - \frac{1}{2}k(l_1 - l_0)^2 = \frac{1}{2}k \cdot \left(\frac{mg}{k}\right)^2 - \frac{1}{2}k \cdot \left(\frac{mg}{k}\right)^2 = 0 \quad ・・・(答)$$

問 10

図 1 の重力の位置エネルギーを 0 とする。

重力の位置エネルギー	弾性力の位置エネルギー	運動エネルギー
0	$\frac{1}{2}k(l_1 - l_0)^2$	0

↓仕事 W

重力の位置エネルギー	弾性力の位置エネルギー	運動エネルギー
ΔV_{A}	$\frac{1}{2}k(l_2 - l_0)^2$	$\frac{1}{2}m{v_0}^2$

より，

$$\frac{1}{2}k(l_1 - l_0)^2 + W = \Delta V_{\mathrm{A}} + \frac{1}{2}k(l_2 - l_0)^2 + \frac{1}{2}m{v_0}^2$$

$$\therefore W = \Delta V_{\mathrm{A}} + \left\{\frac{1}{2}k(l_2 - l_0)^2 - \frac{1}{2}k(l_1 - l_0)^2\right\} + \frac{1}{2}m{v_0}^2$$

$$\therefore W = \Delta V_{\mathrm{A}} + \Delta V + \frac{1}{2}m{v_0}^2 \quad ・・・(答)$$

解説

外力がした仕事と重力（保存力）の位置エネルギー変化について

外力は重力の向きと逆向きだから，その仕事により重力の位置エネルギーが増加する。

外力がした仕事と弾性力（保存力）の位置エネルギー変化について

l_1 から l_0 まで

外力は弾性力の向きと同じだから，その仕事により，弾性エネルギーが減少する。

l_0 から l_2 まで

外力は弾性力の向きと逆向きだから，その仕事により，弾性エネルギーが増加する。

外力がした仕事と運動エネルギー変化について

外力がした仕事の分だけ増加する。

補足

保存力の位置エネルギーは保存力がした仕事の分だけ減少する。したがって，

外力の向きが保存力の向きと逆向きなら

外力の仕事により保存力の位置エネルギーは増加する。

外力の向きが保存力の向きと同じ向きなら

外力の仕事により保存力の位置エネルギーは減少する。

〔2〕

Ⅰ

問 1

$\alpha = \dfrac{2\pi f_1 L}{V}$

解説

音源の波形 $A_1 \sin(2\pi f_1 t)$ とマイクロホンが観測する波形 $A_2 \sin(2\pi f_1 t)$ について，

マイクロホンに音源の変位が伝わるのに要する時間＝$\dfrac{L}{V}$ より，

マイクロホンが音源の変位を観測する時刻は，音源の変位より $\dfrac{L}{V}$ おくれる。

したがって，マイクロホンが観測する波形は，

$A_2 \sin 2\pi f_1 t$ を t の向きに $+\dfrac{L}{V}$ 平行移動したものになる。

よって，$A_2 \sin 2\pi f_1\left(t - \dfrac{L}{V}\right) = A_2 \sin\left(2\pi f_1 t - \dfrac{2\pi f_1 L}{V}\right) \quad \therefore \alpha = \dfrac{2\pi f_1 L}{V}$

Ⅱ

問 2

$\dfrac{L}{V}$

解説

$x = -L$ の音波が $x = 0$ に到達するまでの時間だから，$\dfrac{L}{V}$

問 3

$\beta = \dfrac{2\pi f_2 L}{V}$

解説

音源の波形 $A_1 \sin(2\pi f_1 t)$ とマイクロホンが観測する波形 $A_2 \sin(2\pi f_2 t)$ について，

マイクロホンが音源の変位を観測する時刻は，音源の変位より $\dfrac{L}{V}$ おくれる。

したがって，マイクロホンが観測する波形は，

$A_2 \sin 2\pi f_2 t$ を t の向きに $+\dfrac{L}{V}$ 平行移動したものになる。

よって，$A_2 \sin 2\pi f_2\left(t - \dfrac{L}{V}\right) = A_2 \sin\left(2\pi f_2 t - \dfrac{2\pi f_2 L}{V}\right) \quad \therefore \beta = \dfrac{2\pi f_2 L}{V}$

問 4

$$t_2 = \frac{V-u}{V}t_1 + \frac{L}{V}$$

解説

$$t_2 = t_1 + \frac{L-ut_1}{V} = \frac{V-u}{V}t_1 + \frac{L}{V}$$

問 5

時刻 t_1 における音源の位相と時刻 t_2 においてマイクロホンが観測する位相が等しいから，

$$2\pi f_1 t_1 = 2\pi f_2 t_2 - \frac{2\pi f_2 L}{V}$$

これと $t_2 = \frac{V-u}{V}t_1 + \frac{L}{V}$ より，

$$2\pi f_1 t_1 = 2\pi f_2\left(\frac{V-u}{V}t_1 + \frac{L}{V}\right) - \frac{2\pi f_2 L}{V}$$

$$= 2\pi f_2 \cdot \frac{V-u}{V}t_1$$

よって， $f_2 = \frac{V}{V-u}f_1$ ・・・(答)

Ⅲ

問 6

$2A_2 \sin(2\pi f_1 t - \alpha)$

解説

$$A_2 \sin(2\pi f_1 t - \alpha) + A_2 \sin(2\pi f_1 t - \alpha) = 2A_2 \sin(2\pi f_1 t - \alpha)$$

問 7

$\frac{V}{4f_1}$

解説

このときのマイクロホンの位置を $x = d$ $(d > 0)$ とすると，

$x = -L$ の音源からの音波の波形

$A_2 \sin(2\pi f_1 t - \alpha)$ を t の向きに $\frac{L+d}{V}$ 平行移動した波形より，

$$A_2 \sin\left\{2\pi f_1\left(t - \frac{L+d}{V}\right) - \alpha\right\} \quad ・・・①$$

$x = L$ の音源からの音波の波形

$A_2 \sin(2\pi f_1 t - \alpha)$ を t の向きに $\frac{L-d}{V}$ 平行移動した波形より，

$$A_2 \sin\left\{2\pi f_1\left(t-\frac{L-d}{V}\right)-\alpha\right\} \quad ・・・②$$

①と②の合成波は，①＋②より，

$$A_2 \sin\left\{2\pi f_1\left(t-\frac{L+d}{V}\right)-\alpha\right\}+A_2 \sin\left\{2\pi f_1\left(t-\frac{L-d}{V}\right)-\alpha\right\}$$

$$=2A_2 \sin\left\{2\pi f_1\left(t-\frac{L}{V}\right)-\alpha\right\}\cos\left(-\frac{2\pi f_1 d}{V}\right)$$

$$=2A_2 \cos\left(\frac{2\pi f_1 d}{V}\right)\sin\left\{2\pi f_1\left(t-\frac{L}{V}\right)-\alpha\right\}$$

振幅＝0 より， $\cos\left(\frac{2\pi f_1 d}{V}\right)=0 \quad \therefore \frac{2\pi f_1 d}{V}=\frac{\pi}{2}+n\pi$

すこしずらしたとき， $n=0$ より， $\frac{2\pi f_1 d}{V}=\frac{\pi}{2}$

よって， $d=\frac{V}{4f_1}$

〔3〕

I

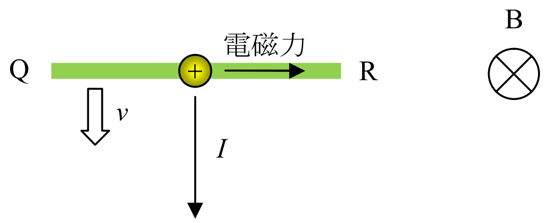
問 1

$F = qvB$　向き Q→R

解説

正電荷が受けるローレンツ力の向きを

正電荷がつくる電流と電磁力の関係に置き換えて求めると次のようになる。



さらに，電荷 q [C]が t 秒間に距離 l 落下するとして，

電磁力の大きさをを表す式をローレンツ力の大きさを表す式に変換すると，

$IBl = \frac{q}{t}Bl = qB\frac{l}{t} = qBv$ となる。

問 2

$E = vB$， $V = vBd$

解説

正電荷がローレンツ力を受けて R に移動すると， Q←R の向きに電界が生じる。

よって，正電荷は Q→R の向きにローレンツ力を Q←R の向きに静電気力を受ける。

この 2 力がつり合うと電荷移動はなくなる。

このときの電界の強さを E とすると， $qE = qvB$ より， $E = vB$

よって，起電力 $V = Ed = vBd$

問 3

gt

解説

回路に電流が流れないから電磁力は 0 である。よって，重力のみによる落下となる。

Ⅱ

問 4

$$I = \frac{vBd}{R}$$

解説

起電力$V = vBd$，回路の抵抗$=R$より，$I = \dfrac{vBd}{R}$

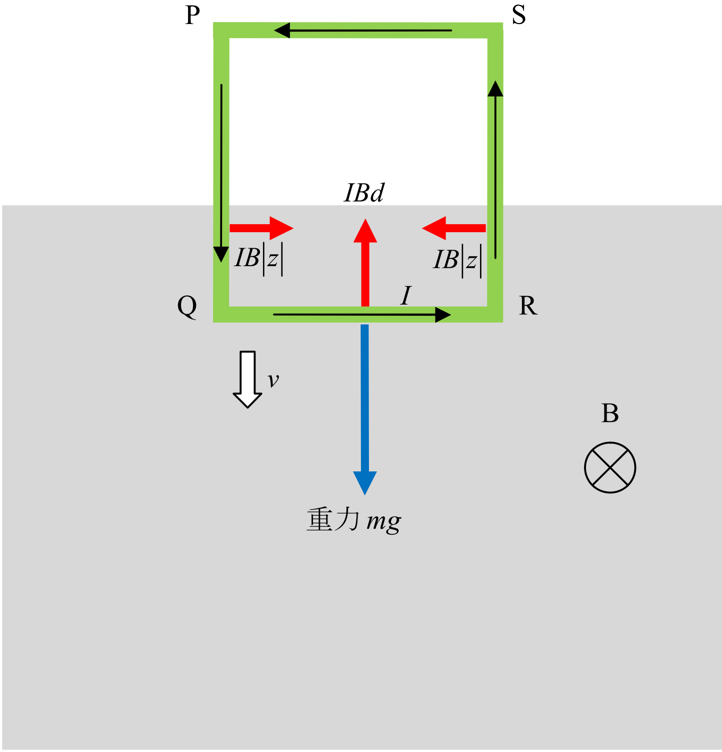
問 5

$$F = \frac{vB^2d^2}{R}$$

解説

PQ に働く電磁力と RS に働く電磁力は打ち消し合うので,

QR に上向きの電磁力$F = IBd = \dfrac{vBd}{R} \cdot Bd = \dfrac{vB^2d^2}{R}$が働く。



問 6

$$v_0 = \frac{mgR}{B^2 d^2}$$

解説

電磁力と重力のつり合いより，$\dfrac{v_0 B^2 d^2}{R} = mg \quad \therefore v_0 = \dfrac{mgR}{B^2 d^2}$

問 7

しだいに速くなる。

問 8

$v_0 + g(t - t_0)$

解説

P $\to$ S の向きに生じる大きさ vBd の誘導起電力と

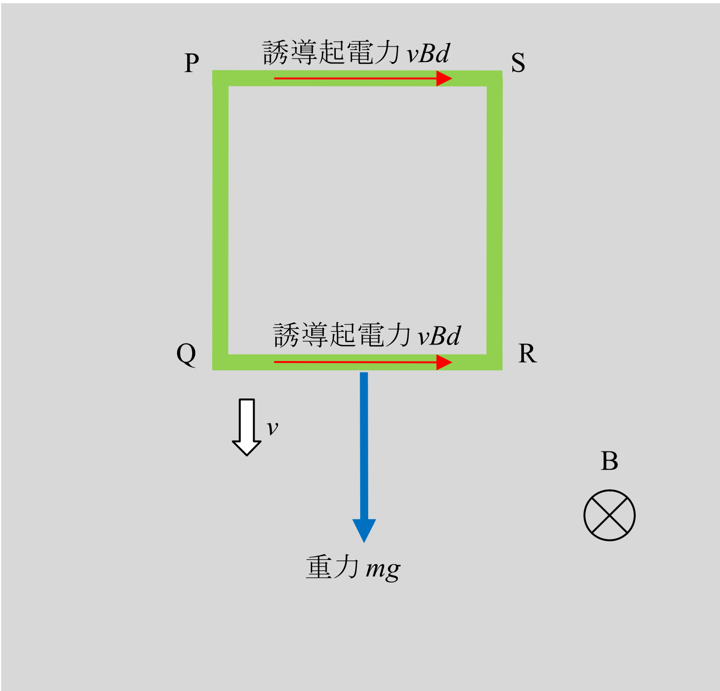
Q $\to$ R の向きに生じる大きさ vBd の誘導起電力が打ち消し合い，

回路全体の起電力は 0 になる。

（あるいは，回路内部を貫く磁束の変化が 0 になるから，
レンツの法則により，回路に誘導起電力が生じない。）

よって，回路に電流が流れず，回路は電磁力を受けない。

ゆえに，$t > t_0$ において，回路は重力 mg を受け，加速度 g で落下していく。



問 9

回路に電流が流れるとジュール熱が発生し，回路の温度が上がる。
回路に電流が流れるのは $t=0$ から $t=t_0$ にかけてだから，
発生するジュール熱を Q とすると，

$t=0$ と $t=t_0$ において，エネルギー保存則より，$mgl=\frac{1}{2}m{v_0}^2+Q$

$\therefore Q=mgl-\frac{1}{2}m{v_0}^2$　・・・①

また，回路の温度変化を ΔT とすると，$Q=mc\Delta T$　・・・②

①，②より，

$mc\Delta T=mgl-\frac{1}{2}m{v_0}^2$　$\therefore \Delta T=\frac{gl}{c}-\frac{{v_0}^2}{2c}$

$\therefore T=T_0+\Delta T=T_0+\frac{2gl-{v_0}^2}{2c}$

これと $v_0=\frac{mgR}{B^2d^2}$ より，$T=T_0+\frac{2glB^4d^4-m^2g^2R^2}{2cB^4d^4}$　・・・(答)